BAC 2026
Correction épreuve de spécialité mathématiques
Mardi 16 juin 2026
Corrigé réalisé par Claire MERLIN, professeur de mathématiques

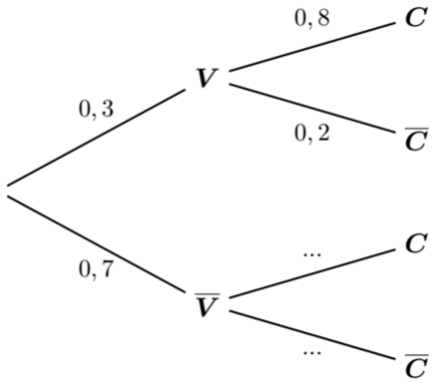
Exercice 1

PARTIE A

1.

a. $\boldsymbol{P(C) = 0,75}$

b.



2. $P(V \cap C) = P(V) \times P_V(C)$
$= 0{,}3 \times 0{,}8$
$\boldsymbol{= 0,24}$

3. On cherche $P_C(V)$
$P_C(V) = \frac{P(V\cap C)}{P(C)}$
$= \frac{0{,}24}{0{,}75}$
$\boldsymbol{= 0,32}$

4. D'après la formule des probabilités totales, on a :
$P(C) = P(V \cap C) + P(\bar{V} \cap C)$
Donc $P(\bar{V} \cap C) = P(C) - P(V \cap C)$
$P(\bar{V} \cap C) = 0{,}75 - 0{,}24$
$\boldsymbol{P(\bar{V} \cap C) = 0,51}$

$P_{\bar{V}}(C) = \frac{P(\bar{V}\cap C)}{P(\bar{V})}$
$P_{\bar{V}}(C) = \frac{0{,}51}{0{,}7}$
$\boldsymbol{P_{\bar{V}}(C) \approx 0,73}$
Parmi les familles qui n'ont pas réservé un emplacement pour un véhicule, environ 73 % ont réservé une cabine.

PARTIE B

1. $E(X) = 0{,}19 \times 0 + 0{,}06 \times 70 + 0{,}51 \times 100 + 0{,}24 \times 170$
$\mathbf{= 96}$

$V(X) = 0{,}19 \times (0-96)^2 + 0{,}06 \times (70-96)^2 + 0{,}51 \times (100-96)^2 + 0{,}24 \times (170-96)^2$
$\mathbf{= 3\,114}$

2.

a. S'il y a 40 % de remise, il faudra payer 60 % du prix, soit multiplier par 0,6 le prix des suppléments et celui des extras.
Donc $\boldsymbol{Z} = 0{,}6X + 0{,}6Y \boldsymbol{= 0,6(X+Y)}$

b. On sait que
$E(Z) = E\big(0{,}6(X+Y)\big)$
$= 0{,}6 \times E(X+Y)$
$= 0{,}6 \times (E(X) + E(Y))$
$= 0{,}6 \times (96 + 104)$
$\mathbf{= 120}$

$V(Z) = V(0{,}6(X+Y))$
$= 0{,}6^2 \times V(X+Y)$
$= 0{,}6^2 \times (V(X) + V(Y))$ car X et Y sont des variables aléatoires indépendantes
$= 0{,}6^2 \times (3\,114 + 1\,686)$
$\mathbf{= 1\,728}$

3. $M_n = \frac{Z_1+Z_2+\cdots+Z_n}{n}$

a. $E(M_n) = \frac{E(Z_1+Z_2+\cdots+Z_n)}{n}$
$= \frac{E(Z_1)+E(Z_2)+\cdots+E(Z_n)}{n}$
$= \frac{120+120+\cdots+120}{n}$
$= \frac{120n}{n}$
$\mathbf{= 120}$

$V(M_n) = V\left(\frac{Z_1+Z_2+\cdots+Z_n}{n}\right)$
$= \frac{1}{n^2}(V(Z_1+Z_2+\cdots+Z_n)$
$V(M_n) = \frac{1}{n^2}(V(Z_1)+V(Z_2)+\cdots+V(Z_n))$ car les variables aléatoires $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ sont indépendantes.
$V(M_n) = \frac{1}{n^2} \times 1\,728n$
$\boldsymbol{= \frac{1728}{n}}$

b. Inégalité de Bienaymé-Tchebychev : $P(114 < M_n < 126) \geq 0{,}85$
On remarque que $P(114 < M_n < 126) = P(|M_n - E(M_n)| < 6)$

On a $P(|M_n - E(M_n)| < 6) \geq 1 - \frac{V(M_n)}{6^2}$ avec $V(M_n) = \frac{1728}{n}$

On cherche le plus petit entier n tel que $1 - \frac{V(M_n)}{6^2} \geq 0{,}85$

$1 - \frac{\frac{1728}{n}}{36} \geq 0{,}85$

$\Leftrightarrow -\frac{1728}{36\mathrm{n}} \geq -0{,}15$

$\Leftrightarrow \frac{48}{\mathrm{n}} \leq 0{,}15$

$\Leftrightarrow \mathrm{n} \geq \frac{48}{0{,}15}$

$\boldsymbol{n \geq 320}$

Si l'on choisit un échantillon d'au moins 320 familles bénéficiant de la réduction, on peut affirmer avec une probabilité d'au moins 85 % que le prix total moyen payé par ces familles pour les suppléments et les extras sera compris entre 114 € et 126 €.

Exercice 2

1.

a. **Affirmation 1** :

Un vecteur $\vec{u}$ normal au plan P a pour coordonnées $\begin{pmatrix}-1\\1\\-5\end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de la droite (AB) a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2-3\\1-0\\-3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\\-5\end{pmatrix}$.

Ces vecteurs étant égaux, ils sont colinéaires, donc le plan P est bien orthogonal à la droite (AB).

Coordonnées du milieu I du segment $[AB]$:

$I\left(\frac{3+2}{2};\frac{0+1}{2};\frac{(2-3)}{2}\right) \Leftrightarrow \mathrm{I}\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$

Vérifions si I appartient à P :

$-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}-5\times\left(-\frac{1}{2}\right)-0{,}5 = -2{,}5+0{,}5+2{,}5-0{,}5=0$

Donc I appartient à P.

L'affirmation 1 est vraie.

b. **Affirmation 2** :

La droite (AB) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\1\\-5\end{pmatrix}$.

La droite (d) a pour vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$.

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas parallèles.

La droite (d) a pour représentation paramétrique : $\begin{cases}x=t\\y=-1{,}5-t\\z=2-2t\end{cases}$ avec t réel.

La droite (AB) a pour représentation paramétrique : $\begin{cases}x=3-s\\y=s\\z=2-5s\end{cases}$ avec s réel.

On cherche s'il existe un point d'intersection en résolvant :

$\begin{cases}t=3-s\\-1{,}5-t=s\\2-2t=2-5s\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}s=3-t\\s=-1{,}5-t\\2-2t=2-5s\end{cases}$

Les deux premières lignes du système prouvent qu'il n'y a pas de solution. Les droites ne sont pas sécantes.

L'affirmation 2 est fausse.

c. **Affirmation 3** :

On cherche les coordonnées des vecteurs

$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}3-1{,}5\\0+3\\2+1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{CA}}\begin{pmatrix}\mathbf{1{,}5}\\\mathbf{3}\\\mathbf{3}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}2-1{,}5\\1+3\\-3+1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{CB}}\begin{pmatrix}\mathbf{0{,}5}\\\mathbf{4}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}$

On sait que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=\|\overrightarrow{CA}\|\times\|\overrightarrow{CB}\|\times\cos(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$

d'où $\cos(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\frac{\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}}{\|\overrightarrow{CA}\|\times\|\overrightarrow{CB}\|}$

$\overrightarrow{\boldsymbol{CA}}.\overrightarrow{\boldsymbol{CB}} = \mathbf{1,5 \times 0,5 + 3 \times 4 + 3 \times (-2) = 6,75}$
Calculons les normes :
$\|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{1{,}5^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{20{,}25} = \mathbf{4,5}$
$\|\overrightarrow{CB}\| = \sqrt{0{,}5^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20{,}25} = \mathbf{4,5}$

Donc $\cos\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = \frac{6{,}75}{4{,}5 \times 4{,}5} = \frac{1}{3}$
$\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) = arcos\left(\frac{1}{3}\right) \approx 70{,}5°$
L'affirmation 3 est vraie.

2. <u>Clotilde</u> : l'ordre est important. On cherche un 3-uplet d'éléments distincts parmi 8 que l'on détermine par $\frac{8!}{(8-3)!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$
Donc **P(Clotilde ouvre sa porte)**= $\mathbf{\frac{1}{336}}$

<u>Titouan</u> : l'ordre n'est pas important. On cherche une combinaison de 4 éléments parmi 8. $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70.$
Donc **P(Titouan ouvre sa porte)**= $\mathbf{\frac{1}{70}}$

Titouan a plus de chances d'ouvrir sa porte que Clotilde.
L'affirmation 4 est vraie.

l'Etudiant

Exercice 3

PARTIE A : Phase de chauffage

1. $(E): y' = -0{,}035y + 0{,}91$
   Les solutions de l'équation différentielle (E) sont de la forme
   $y(t) = Ce^{-0{,}035t} - \frac{0{,}91}{-0{,}035} \Leftrightarrow \mathbf{T(t) = Ce^{-0{,}035t} + 26}$ **avec C constante réelle.**

2. La fonction T vérifie la condition initiale $T(0) = 18$.
   On a donc $Ce^{-0{,}035\times 0} + 26 = 18$
   $\Leftrightarrow \mathrm{C} + 26 = 18 \Leftrightarrow \mathrm{C} = -8$
   On en déduit que $\mathbf{T(t) = 26 - 8e^{-0{,}035t}}$

3. On cherche t tel que $T(t) = 20$
   $\Leftrightarrow\ 26 - 8e^{-0{,}035t} = 20$
   $\Leftrightarrow\ -8e^{-0{,}035t} = -6$
   $\Leftrightarrow\ e^{-0{,}035t} = \frac{6}{8}$
   $\Leftrightarrow\ e^{-0{,}035t} = \frac{3}{4}$
   $\Leftrightarrow -0{,}035\mathrm{t} = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$
   $\Leftrightarrow \mathrm{t} = -\frac{1}{0{,}035}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$
   $\Leftrightarrow$ **$\mathrm{t} \approx 8{,}22$ dizaines de minutes soit environ 1 h 22 min.**

4. On cherche s'il existe t tel que $T(t) \geq 28$
   $\Leftrightarrow\ 26 - 8e^{-0{,}035t} \geq 28$
   Or, quelle que soit la valeur de t, l'expression $8e^{-0{,}035t}$ est toujours strictement positive, donc $26 - 8e^{-0{,}035t}$ sera toujours inférieure strictement à 26.
   La température sera donc toujours inférieure à 26 °C et par conséquent, **elle ne pourra pas dépasser 28 °C**.

PARTIE B : Phase de refroidissement

$u_0 = 20$ et pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}965u_n + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n}$.

1. $u_1 = 0{,}965u_0 + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1\times 0}$
   $u_1 = 0{,}965 \times 20 + 0{,}35 + 0{,}07$
   $\boldsymbol{u_1}$ **=19,72**

2. On pose $\boldsymbol{P_n : u_n > 10}$
   <u>**Initialisation**</u> :
   On a $u_0 = 20 > 10$
   La proposition est initialisée.

   <u>**Hérédité**</u> :
   On suppose que pour k donné, P_k est vraie soit $u_k > 10$.
   On veut montrer la proposition au rang suivant soit $u_{k+1} > 10$.

$u_k > 10$
$\Longrightarrow 0{,}965u_k > 9{,}65$
$\Longrightarrow 0{,}965u_k + 0{,}35 > 10$
$\Longrightarrow 0{,}965u_k + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n} > 10 + 0{,}07e^{-0{,}1n}$
Comme $0{,}07e^{-0{,}1n} > 0$ pour tout entier naturel n, on a

$$10 + 0{,}07e^{-0{,}1n} > 10$$

Donc $0{,}965u_k + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n} > 10$ ce qui équivaut à $u_{k+1} > 10$.
La proposition est **héréditaire**.

Conclusion

La proposition étant initialisée pour $n = 0$ et héréditaire pour tout $n \geq 0$, d'après le principe de récurrence, elle est vraie pour tout entier naturel n.

3. **La suite (u_n) est décroissante et minorée par 10 donc elle converge**.

4. On note ℓ la limite de la suite (u_n).
   a. On a d'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \ell$
   D'autre part, on sait que $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-0{,}1n} = 0$

   donc en passant à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = 0{,}965u_n + 0{,}35 + 0{,}07e^{-0{,}1n}$, on obtient l'égalité : $\boldsymbol{\ell = 0{,}965\ell + 0{,}35}$

   b. $\ell = 0{,}965\ell + 0{,}35 \Leftrightarrow 0{,}035\ell = 0{,}35 \Leftrightarrow \boldsymbol{\ell = \frac{0{,}35}{0{,}035} = 10}$
   La température de la pièce tend vers 10 °C lors du refroidissement.

5.
   a. 4. **while u $>$ 18**
   $\quad\quad$ $\mathbf{u = 0{,}965 * u + 0{,}35 + 0{,}07 * e ** (-0{,}1 * n)}$
   $\quad\quad$ $\boldsymbol{n = n + 1}$

   b. $u_7 \approx 18{,}12$ et $u_8 \approx 17{,}87$
   L'appareil se mettra en route au bout d'environ 8 dizaines de minutes.

l'Etudiant

Exercice 4

$f(x) = a + \frac{b\ln(x+1)}{x+1}$ sur $]-1;+\infty[$

PARTIE A

1. On a $f(0) = a + \frac{b\ln(1)}{x+1} = a$.
   D'après la courbe, $f(0) = 1$.
   On en déduit que $\boldsymbol{a = 1}$.

2.
   a. Le coefficient directeur de T_A qui est la tangente à la courbe au point $A(0;1)$ correspond à $f'(0)$.
      Par lecture graphique, on en déduit que $\boldsymbol{f'(0) = 4}$.

   b. La courbe est **concave** en $x = 1$, donc $\boldsymbol{f''(1) < 0}$.

3. $f(x) = 1 + \frac{b\ln(x+1)}{x+1}$
   a. On pose $u(x) = \ln(x+1)$ et $v(x) = x+1$
      On a $u'(x) = \frac{1}{x+1}$ et $v'(x) = 1$

      $f'(x) = b\frac{u'(x)\times v(x) - u(x)\times v'(x)}{(v(x))^2}$
      $f'(x) = b\frac{\frac{1}{x+1}\times(x+1) - \ln(x+1)\times 1}{(x+1)^2}$
      $\boldsymbol{f'(x) = b\frac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}}$

   b. Comme $f'(0) = 4$, on en déduit que
      $f'(0) = b\frac{1-\ln(0+1)}{(0+1)^2} = 4$
      $\boldsymbol{b = 4}$

PARTIE B

$f(x) = 1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1}$ sur $]-1;+\infty[$

1. On calcule la limite en $+\infty$
   $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$ par croissances comparées.
   Donc $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1}$
   La droite d'équation $y = 1$ est bien asymptote à la courbe représentative de la fonction f.

2. $1 - \ln(x+1) > 0 \Leftrightarrow 1 > \ln(x+1)$
   $\Leftrightarrow e > x + 1$

$\Leftrightarrow e - 1 > x$
Donc $1 - \ln(x+1) > 0$ a pour solution $\boldsymbol{S =]-1 ; e-1[}$

3. On admet que $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = +\infty$

On cherche le signe de la dérivée $f'(x) = 4\frac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

$1 - \ln(x+1) > 0$ sur $]-1 ; e-1[$ d'après la question précédente.

Et $(x+1)^2 > 0$

On en déduit le tableau de variations :

t	-1		$e-1$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+\frac{4}{e}$	$\searrow$	1

4. Sur l'intervalle $[2 ; +\infty[$, la fonction f est strictement décroissante.
$f(2) \approx 2{,}46$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$
Or $1{,}5 \in [1 ; 2{,}46]$
D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1{,}5$ admet une unique solution dans l'intervalle $[2 ; +\infty[$
$f(25) \approx 1{,}5012$ et $f(25{,}1) \approx 1{,}4999$
Une solution approchée à 10^{-1}près est $\boldsymbol{25,1}$.

5.

a. $\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$
$\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ est de la forme $u'(x)u(x)$ et a donc pour primitive $\frac{1}{2}u^2(x)$.
$\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx = \frac{1}{2}[(\ln(x+1))^2]_0^2$
$= \frac{1}{2}[(\ln(3))^2 - (\ln(1))^2] = \boldsymbol{\frac{1}{2}(\ln(3))^2}$

b. $\int_0^2 f(x)\, dx = \int_0^2 1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1}\, dx$
$= \int_0^2 1 dx + 4\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1}\, dx$
$= 2 + 4 \times \frac{1}{2}(\ln(3))^2$
$= \boldsymbol{2 + 2(\ln(3))^2}$ **unités d'aires**